

# RISCO DE CRÉDITO E VAR

João Carvalho das Neves  
Professor Leadership & Finance, ISEG  
[jcneves@iseg.ulisboa.pt](mailto:jcneves@iseg.ulisboa.pt)

# SISTEMAS TRADICIONAIS DE RISCO DE CRÉDITO

## Scoring subjetivos

- 5 C's: Character; Capital; Capacity; Collateral; Cycle/Economic Conditions

## Sistemas de rating

- De AAA ao D (1-10)
- U.S. Office of the Comptroller of the Currency (1-6)

## Sistemas empíricos

- Modelos paramétricos:
  - Análise Univariada
  - Análise Multivariada (Discriminante, Logit, Probit)
- Modelos não paramétricos

## Expert Systems

## Inteligência artificial

- Redes neuronais

# MODELOS QUALITATIVOS

## Factores específicos do devedor

- Reputação
- Endividamento
- Volatilidade dos resultados
- Colateral

## Factores específicos de mercado

- Ciclo económico
- Nível das taxas de juro

# MODELO Z-SCORE DE ALTMAN

$$Z=1.2X_1+1.4X_2+3.3X_3+0.6X_4+1.0X_5$$

X1 - Fundo de maneo/Activo

X2 - Resultados transitados/Activos

X3 - Resultado operacional/Activo

X4 - Valor de mercado do capital próprio/Passivo

X5 - Vendas/Activo

Zona cinzenta:  $1.8 < Z < 3.0$

1. Só dois extremos - falência/não falência
2. Coeficientes constantes ao longo do tempo?
3. Ignora aspectos qualitativos

# MODELO LOGIT

$$F(Z_i) = \frac{1}{1 + e^{-Z_i}}$$

F(Z<sub>i</sub>) - probabilidade acumulada de incumprimento  
Z<sub>i</sub> - estimado por regressão

# ABORDAGENS MAIS RECENTES AO RISCO DE CRÉDITO

## Modelos de mercado

- Avaliação neutra ao risco: Modelo KPMG
- Taxa de mortalidade: Credit Risk Plus Model (Credit Suisse Financial Products)
- Simulação macro: Modelo McKinsey

## Modelo de opções

- VAR: J.P.Morgan - CreditMetrics
- KMV

# PROBABILIDADE DE INCUMPRIMENTO KPMG

## UM PERÍODO

$$p(1 + k_D) = 1 + r_f \quad \text{logo:} \quad p = \frac{1 + k_D}{1 + r_f}$$

## MULTIPERÍODO

Probabilidade de incumprimento num ano é  
a *probabilidade marginal* de incumprimento

A probabilidade acumulada de incumprimento para dois anos:

$$C_{p2} = 1 - p_1 \cdot p_2$$

# TAXA DE MORTALIDADE E MIGRAÇÃO

Análise histórica do risco de incumprimento  
através das taxas marginais de mortalidade(TMM)

## PROBLEMAS:

1. Medida histórica em vez de prospectiva
2. As taxas são muito sensíveis ao período escolhido
3. As taxas são sensíveis ao número e dimensão relativa das emissões em cada classe de risco (grades)



# MACROSIMULAÇÃO: MCKINSEY

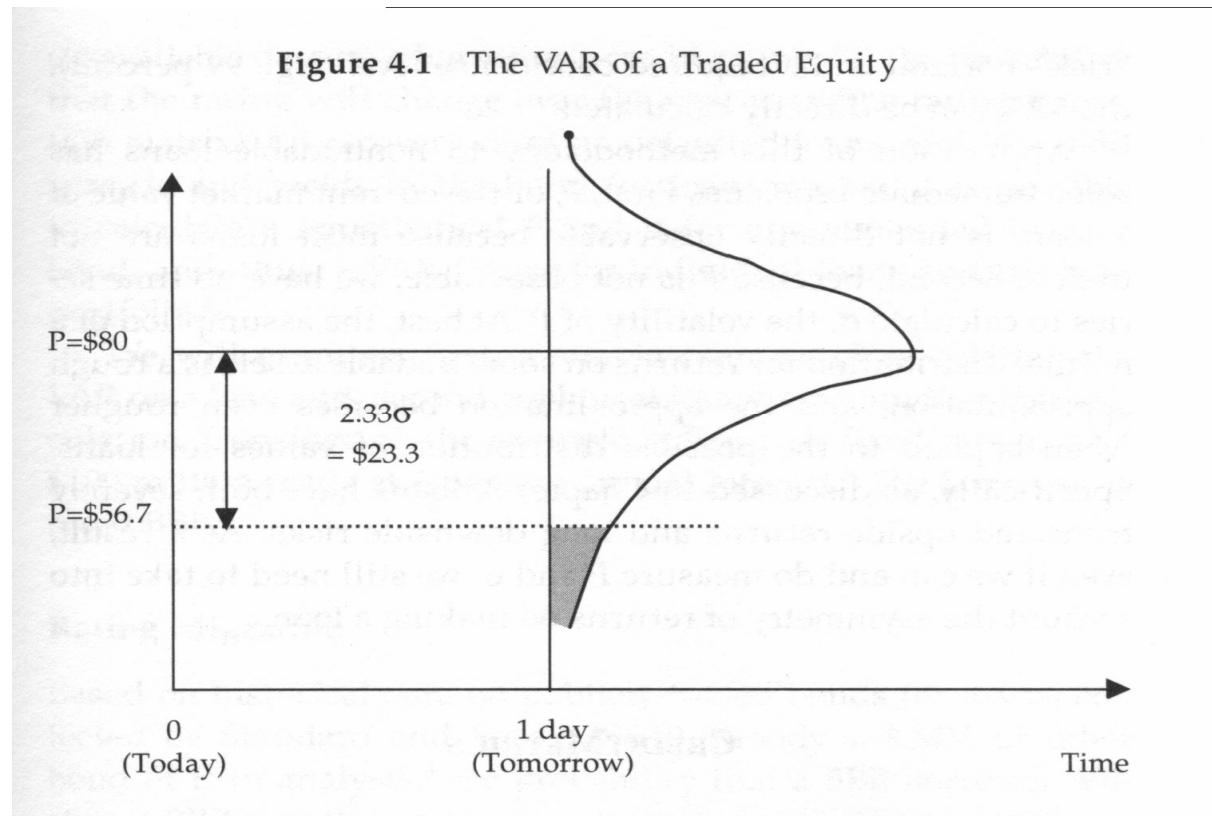
Usa a matriz de transição ( $p_{CD}$ )

A probabilidade de transição é função do estado da economia  $p_t = f(y_t)$

com  $f' < 0$ , isto é relação inversa entre estado da economia e probabilidade de incumprimento.

A variável macro  $y_t$  é condicionada por um conjunto de variáveis macroeconómicas (v. sistemáticas) e por choques aleatórios e inovações (v. não sistemáticos) sobre o sistema económico.

# VAR DE UM TÍTULO COTADO



$P = \$80$  = Valor de mercado

$\sigma = \$10$  = Volatilidade

$\alpha = 2,33$  com 1% de probabilidade

# CREDITMETRICS: RISCO DE CRÉDITO NÃO COTADO

1º Construção das matrizes de migração

|               | AAA         | AA          | A           | BBB          | BB          | B           | CCC         | Incumpr     |
|---------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| AAA           | 90.81       | 8.33        | 0.68        | 0.06         | 0.12        | 0.00        | 0.00        | 0.00        |
| AA            | 0.70        | 90.65       | 7.79        | 0.64         | 0.06        | 0.14        | 0.02        | 0.00        |
| A             | 0.09        | 2.27        | 91.05       | 5.52         | 0.74        | 0.26        | 0.01        | 0.06        |
| <b>BBB</b>    | <b>0.02</b> | <b>0.33</b> | <b>5.95</b> | <b>86.93</b> | <b>5.30</b> | <b>1.17</b> | <b>0.12</b> | <b>0.18</b> |
| BB            | 0.03        | 0.14        | 0.67        | 7.73         | 80.53       | 8.84        | 1.00        | 1.06        |
| B             | 0.00        | 0.11        | 0.24        | 0.43         | 6.48        | 83.46       | 4.07        | 5.20        |
| CCC           | 0.22        | 0.00        | 0.22        | 1.30         | 2.38        | 11.24       | 64.86       | 19.79       |
| Incumprimento | 0.00        | 0.00        | 0.00        | 0.00         | 0.00        | 0.00        | 0.00        | 100.00      |

Maior probabilidade de se manter na mesma categoria de risco

2º - Taxas de juro forward por tipo de rating

| <b>Categoria</b> | <b>Ano 1</b> | <b>Ano 2</b> | <b>Ano 3</b> | <b>Ano 4</b> |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| AAA              | 3.60         | 4.17         | 4.73         | 5.12         |
| AA               | 3.65         | 4.22         | 4.78         | 5.17         |
| A                | 3.72         | 4.32         | 4.93         | 5.32         |
| BBB              | 4.10         | 4.67         | 5.25         | 5.63         |
| BB               | 5.55         | 6.02         | 6.78         | 7.27         |
| B                | 6.05         | 7.02         | 8.03         | 8.52         |

### 3º Avaliação de cada uma das categorias de obrigações

Exemplo: Rating A

$$V_A = 6 + \frac{6}{1.0372^1} + \frac{6}{1.0432^2} + \frac{6}{1.0493^3} + \frac{100 + 6}{1.0532^4} = 108.66$$

Tabela de todas as categorias:

| Categoria | AAA    | AA     | A      | BBB    | BB     | B     | CCC   | Inc.  |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| USD       | 109.37 | 109.19 | 108.66 | 107.55 | 102.02 | 98.10 | 83.64 | 51.13 |

#### 4º Estimativa do risco de crédito e do VAR

| Rating no<br>Final do ano | Probabilidade<br>% | Valor da<br>Obrigação<br>USD | Valor<br>Ponderado<br>USD | Diferença<br>da média<br>USD | Diferença<br>ao quadrado<br>ponderada |
|---------------------------|--------------------|------------------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| AAA                       | 0.02%              | 109.37                       | 0.02                      | 2.28                         | 0.0010                                |
| AA                        | 0.33%              | 109.19                       | 0.36                      | 2.10                         | 0.0146                                |
| A                         | 5.95%              | 108.66                       | 6.47                      | 1.57                         | 0.1471                                |
| BBB                       | 86.93%             | 107.55                       | 93.49                     | 0.46                         | 0.1856                                |
| BB                        | 5.30%              | 102.02                       | 5.41                      | -5.07                        | 1.3612                                |
| B                         | 1.17%              | 98.10                        | 1.15                      | -8.99                        | 0.9452                                |
| CCC                       | 0.12%              | 83.64                        | 0.10                      | -23.45                       | 0.6598                                |
| Incumprimento             | 0.18%              | 51.13                        | 0.09                      | -55.96                       | 5.6363                                |
|                           | 100.00%            | Média:                       | 107.09                    | Variância:                   | 8.9508                                |
|                           |                    |                              |                           | Desvio padrão:               | 2.9918                                |

#### Distribuição normal:

$$5\% \text{ VAR} = 1,65 \times \$ 2,99 = \$ 4,93$$

$$1\% \text{ VAR} = 2,33 \times \$ 2,99 = \$ 6,93$$

#### Distribuição empírica:

$$6,77\% \text{ VAR} = \$ 107,09 - \$ 102,02 = \$ 5,07$$

$$1,47\% \text{ VAR} = \$ 107,09 - \$ 98,10 = \$ 8,99$$

# PROBLEMAS TÉCNICOS NO CREDITRISK

## Matrizes de transição do rating

- Processo de Markov (não há correlação entre períodos). Há evidência autocorrelação no downgrading;
- Estabilidade – não há diferença entre ciclos económicos
- Consistência – não há diferença entre países e indústrias
- Idade da emissão pode fazer diferença
- Podem existir garantias e outras coberturas que tornem as obrigações distintas

## Avaliação

- O crédito recuperável, as taxas forward e os credit spreads são variáveis determinísticas

# COMPARAÇÃO ENTRE CREDITRISK E O DEFAULT MODEL

## Expectativa de perda:

Probabilidade de default: 0,0018 – ver passo 1

Taxa de recuperação do crédito: 0,5113 – ver passo 3

Taxa de perda dado o default:  $1 - 0,5113 = 0,4887$

$$\begin{aligned} \text{Perda esperada} &= p \times \text{LGD} \times \text{Exposure} = \\ &= 0,0018 \times 0,4887 \times \$100.000.000 = \$ 87.966 \end{aligned}$$

## Perda não esperada:

Tendo a probabilidade de default na base de uma binomial, o desvio padrão será:

$$\sigma = \sqrt{p \cdot (1 - p)}$$

As perdas não esperadas:

$$PI = \sqrt{0,0018 \times 0,9982} \times 0,4887 \times \$100.000.000 = 2.071.511$$

No CreditRisk tinha-se \$2,99 milhões  
No Default Model tem-se \$2,07 milhões



# MODELO KMV: MODELO DE OPÇÕES REAIS

Valor de uma put option:

$$P = f(S, X, r_f, \sigma_s, T)$$

Valor de uma opção de default sobre um empréstimo:

$$P = f(A, B, r_f, \sigma_A, T)$$

Dificuldades:

- Valor do activo não observável
- Volatilidade do valor do activo não observável

# SIMPLIFICAÇÕES DO MODELO KMV

Sabe-se que o valor do capital próprio:

Duas equações  
Duas incógnitas

$$\left\{ \begin{array}{l} E = h(A, \sigma_A, r_f, B, T) \\ \text{Pode admitir-se uma relação teórica entre as volatilidades tal que:} \\ \sigma_E = g(\sigma_A) \end{array} \right.$$

*Ver Crouhy e Turnbull (1998) e Delianedis e Geske (1998) – Conferência em Londres*

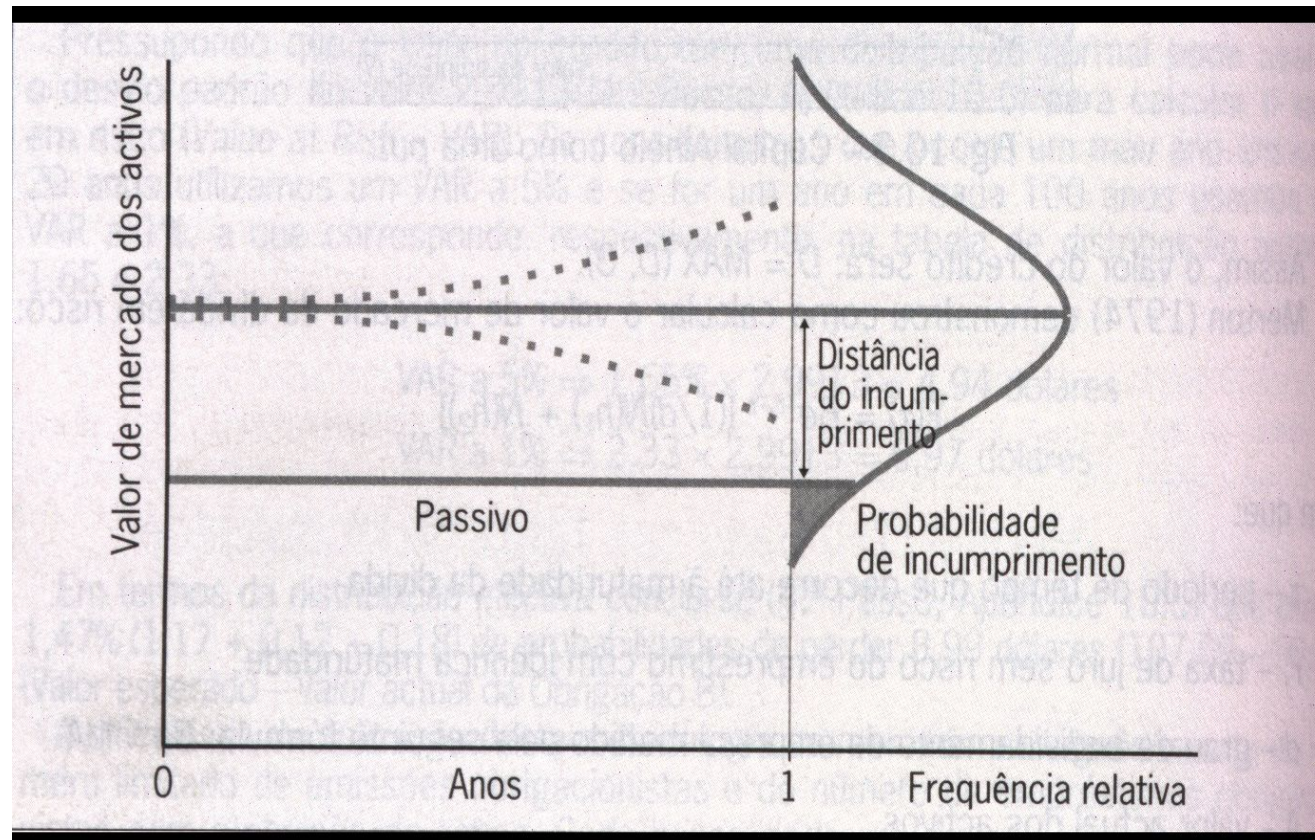
Para KMV tem-se:

B = “short term liabilities”+0,5 long term debt outstanding

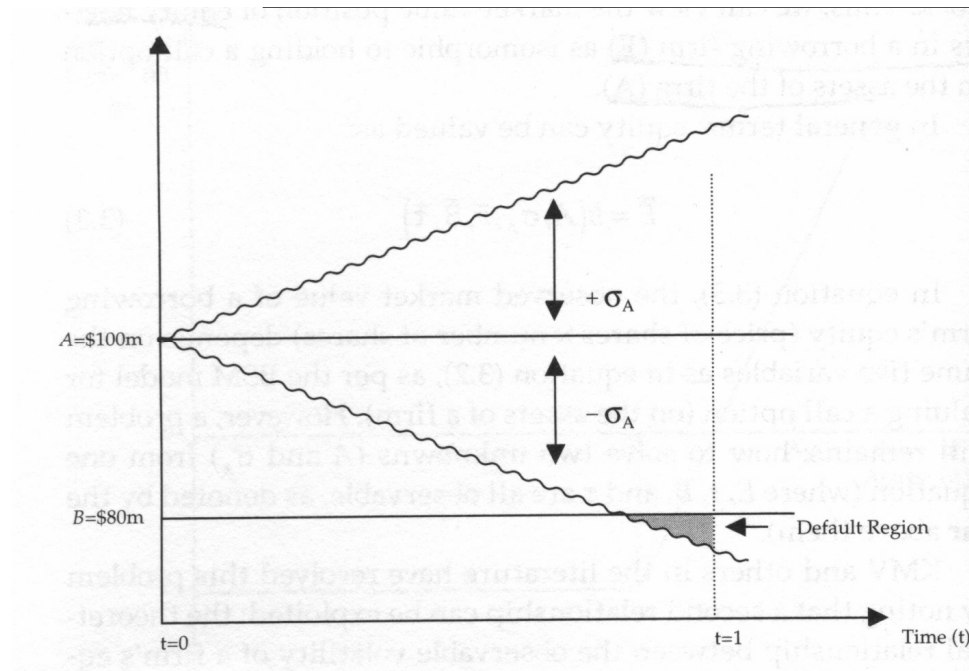
– discussão/crítica? – líquida de disponibilidades, porque não longo prazo?

T = 1 : mas porquê? (Ver Ronn e Verma, 1986, JF, p.878)

# MODELO KMV – RISCO DE INCUMPRIMENTO



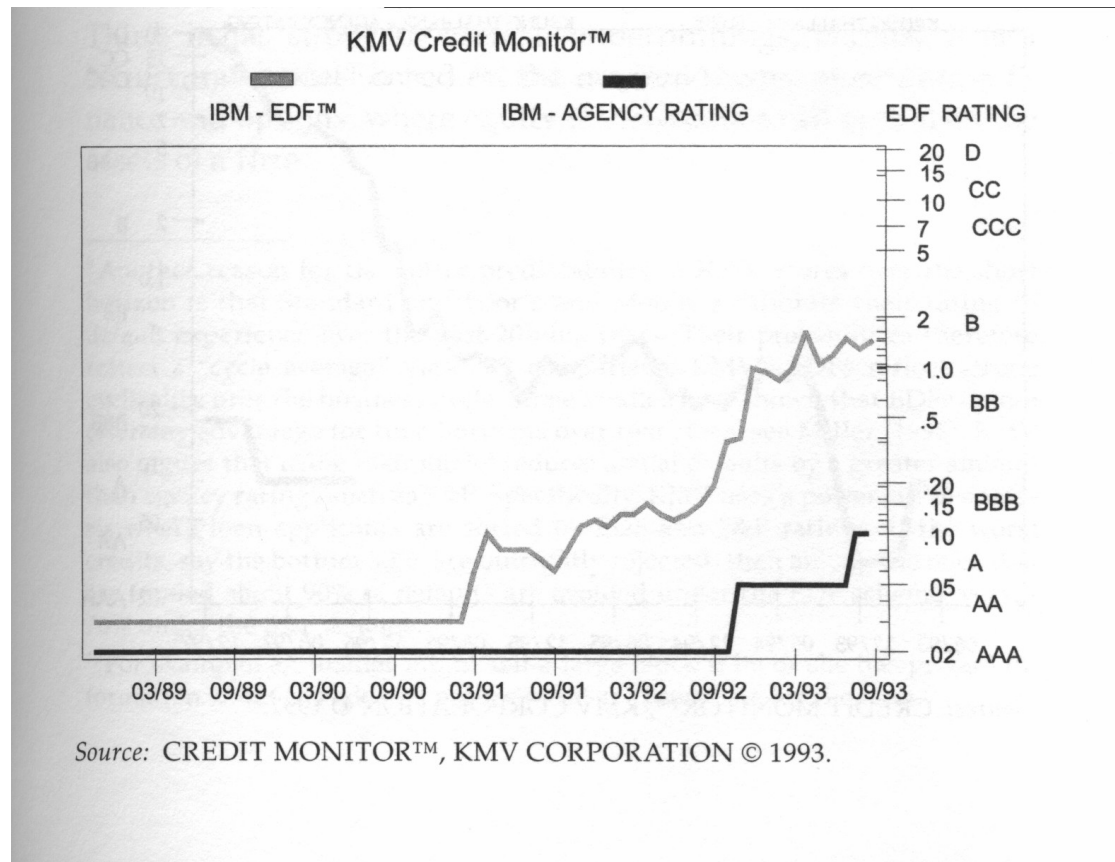
# EDF — EXPECTED DEFAULT FREQUENCY



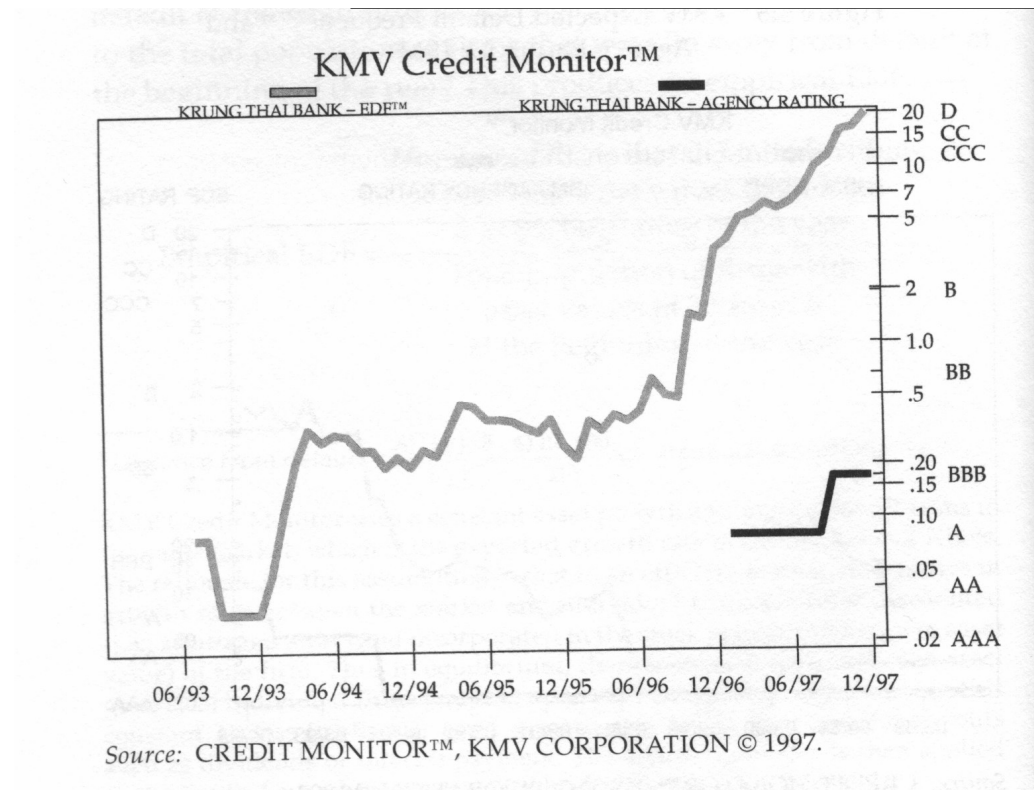
$$Distância = \frac{A - B}{\sigma_A} = \frac{100 - 80}{10} = 2 \quad \Rightarrow \quad 95\% \text{ de probabilidade} \Rightarrow 2,5\% \text{ de default}$$

KMV estimam EDF empíricas através de uma base de dados de milhares de empresas

# COMPARAÇÃO: EDF E RATING DA IBM



# COMPARAÇÃO: EDF E RATING DE BANCO TAILANDÊS





# AVALIAÇÃO DO CRÉDITO E DO *SPREAD RISK* PELO MODELO DAS OPÇÕES

$$F(T) = Be^{-r_f T} \left[ (1/d)N(h_1) + N(h_2) \right]$$

T - período de tempo que decorre até à maturidade da dívida;

$r_f$  - taxa de juro sem risco do empréstimo com idêntica maturidade;

d - grau de endividamento da empresa medido pela seguinte formula ;  $Be^{-r_f \tau} / A$

A - valor actual dos activos;

B - valor a reembolsar na maturidade;

N(h) - valor calculado a partir de uma distribuição normal estandardizada que se refere à probabilidade de o valor exceder o valor h;

$$h_1 = -[1/2 \sigma^2 \tau - \ln(d)] / \sigma \sqrt{\tau} \quad h_2 = -[1/2 \sigma^2 \tau + \ln(d)] / \sigma \sqrt{\tau}$$

$\sigma^2$  - variância da taxa de variação do valor dos activos da empresa, como forma de medida do risco do credor

## Prémio de risco da dívida:

$$k_D - r_f = (-1/T) \ln [N(h_2) + (d)N(h_1)]$$

Ver exemplo: Neves (2000, p198)